

Corrigé de la série 9 - Ordre et Opérations

www.na9ra.net

Exercice 1 :

Pour comparer deux nombres rationnels, on détermine le signe de leur différence ;

- On a : $\frac{7}{5} - \frac{9}{5} = \frac{-2}{5} \leq 0$ donc : $\frac{7}{5} \leq \frac{9}{5}$
- On a : $\frac{-11}{6} - \left(\frac{-17}{2}\right) = \frac{-11}{6} + \frac{17}{2} = \frac{-11}{6} + \frac{51}{6} = \frac{40}{6} \geq 0$
Donc : $\frac{-11}{6} \geq \left(\frac{-17}{2}\right)$
- On a : $\frac{-8}{13} - \left(\frac{-4}{13}\right) = \frac{-8}{13} + \frac{4}{13} = \frac{-4}{13} \leq 0$
Donc : $\frac{-8}{13} \leq \left(\frac{-4}{13}\right)$
- On a : $\frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15} \geq 0$
Donc : $\frac{3}{5} \geq \frac{1}{3}$

Exercice 2 :

- On a : $\left(x + \frac{3}{5}\right) - \left(x + \frac{1}{3}\right) = \cancel{x} + \frac{3}{5} - \cancel{x} - \frac{1}{3} = \frac{3}{5} - \frac{1}{3}$
 $= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15} \geq 0$
Donc : $\left(x + \frac{3}{5}\right) \geq \left(x + \frac{1}{3}\right)$
- On a : $\left(x + \left(\frac{-2}{3}\right)\right) - \left(x + \left(\frac{-1}{2}\right)\right) = x - \frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{2}\right)$
 $= \cancel{x} - \frac{2}{3} - \cancel{x} + \frac{1}{2} = \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{-1}{6} \leq 0$
Donc : $\left(x + \left(\frac{-2}{3}\right)\right) \leq \left(x + \left(\frac{-1}{2}\right)\right)$
- On a : $\left(2x - \frac{3}{4}\right) - \left(2x - \frac{1}{3}\right) = \cancel{2x} - \frac{3}{4} - \cancel{2x} + \frac{1}{3}$
 $= -\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{-9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{-5}{12} \leq 0$
Donc : $\left(2x - \frac{3}{4}\right) \leq \left(2x - \frac{1}{3}\right)$

Exercice 3 :

Soit x un nombre rationnel positif.

- On a : $(2x-4) - (2x-5) = \cancel{2x} - 4 - \cancel{2x} + 5 = -4 + 5 = 1 \geq 0$
Donc : $(2x-4) \geq (2x-5)$
- On a : $\left(\frac{x}{3}-1\right) - \left(\frac{x}{3}+2\right) = \frac{x}{3} - 1 - \frac{x}{3} - 2 = -1 - 2 = -3 \leq 0$
Donc : $\left(\frac{x}{3}-1\right) \leq \left(\frac{x}{3}+2\right)$
- On a : $[x^2 - x + 1] - [(x+1)^2] = [x^2 - x + 1] - [x^2 + 2x + 1^2]$
 $= \cancel{x^2} - x + \cancel{1} - \cancel{x^2} - 2x - \cancel{1} = -x - 2x = -3x$
Puisque : x est positif
Alors : $-3x$ est négatif
Donc : $[x^2 - x + 1] - [(x+1)^2] \leq 0$
D'où : $[x^2 - x + 1] \leq [(x+1)^2]$

Exercice 4 :

Soient a et b deux rationnels tel que : $a \leq b$

- On a : $a \leq b$
Alors : $a+4 \leq b+4$ (on a ajouté 4)
- On a : $a \leq b$
Alors : $2a \leq 2b$
Donc : $2a-1 \leq 2b-1$ On a multiplié par 2, il est positif alors on a pas changé le symbole
- On a : $a \leq b$
Alors : $a+3 \leq b+3$
Maintenant, on compare $b+3$ et $b+4$
On sait bien que : $3 \leq 4$
Alors : $b+3 \leq b+4$
Donc : $a+3 \leq b+3 \leq b+4$
D'où : $a+3 \leq b+4$
- On a : $a \leq b$
Alors : $3a \leq 3b$
Donc : $3a+2 \leq 3b+2$
Maintenant, on compare $3b+2$ et $3b+5$
On sait bien que : $2 \leq 5$
Alors : $3b+2 \leq 3b+5$

Donc : $3a + 2 \leq 3b + 2 \leq 3b + 5$

D'où : $3a + 2 \leq 3b + 5$

Exercice 5 :

Soit x un nombre rationnel tel que : $x \geq \frac{-4}{5}$

- Complétons : $10x + 1 \geq \dots$

On a : $x \geq \frac{-4}{5}$

Alors : $10x \geq 10 \times \left(\frac{-4}{5}\right)$

Donc : $10x + 1 \geq 10 \times \left(\frac{-4}{5}\right) + 1$

D'où : $10x + 1 \geq -7$

- Complétons : $\frac{5}{2}x - 2 \geq \dots$

On a : $x \geq \frac{-4}{5}$

Alors : $\frac{5}{2}x \geq \frac{-4}{5} \times \frac{5}{2}$

Donc : $\frac{5}{2}x - 2 \geq \frac{-4}{5} \times \frac{5}{2} - 2$

D'où : $\frac{5}{2}x - 2 \geq -4$

- Complétons : $2(x + 1) \geq \dots$

On a : $x + 1 \geq \frac{-4}{5} + 1$

Alors : $2(x + 1) \geq 2\left(\frac{-4}{5} + 1\right)$

Donc : $2(x + 1) \geq 2\left(\frac{-4}{5} + \frac{5}{5}\right)$

D'où : $2(x + 1) \geq \frac{2}{5}$

Exercice 6 :

1- Montrons que : $3a - 7 \leq 5$

On a : $a \leq 4$

Donc : $3a \leq 3 \times 4$

Alors : $3a - 7 \leq 3 \times 4 - 7$

D'où : $3a - 7 \leq 5$

2- Montrons que : $-2b + 3 \geq 9$

On a : $b \leq -3$

Donc : $-2b \geq -3 \times (-2)$

Alors : $-2b + 3 \geq -3 \times (-2) + 3$

D'où : $-2b + 3 \geq 9$

On a multiplié
par -2, il est
négatif alors on
change le
symbole

Exercice 7 :

Soit x un nombre rationnel tel que son encadrement est : $2 \leq x \leq 3$ (التأطير)

- Encadrons : $3x + 1$

On a : $2 \leq x \leq 3$

Alors : $3 \times 2 \leq 3x \leq 3 \times 3$

C'est-à-dire : $6 \leq 3x \leq 9$

Donc : $6 + 1 \leq 3x + 1 \leq 9 + 1$

D'où : $7 \leq 3x + 1 \leq 10$

- Encadrons : $5(x + 2)$

On a : $2 \leq x \leq 3$

Alors : $2 + 2 \leq x + 2 \leq 3 + 2$

C'est-à-dire : $4 \leq x + 2 \leq 5$

Donc : $5 \times 4 \leq 5(x + 2) \leq 5 \times 5$

D'où : $20 \leq 5(x + 2) \leq 25$

- Encadrons : $\frac{2x + 1}{3}$

On a : $2 \leq x \leq 3$

Alors : $5 \leq 2x + 1 \leq 7$

Donc : $\frac{5}{3} \leq \frac{2x + 1}{3} \leq \frac{7}{3}$

Exercice 8 :

1- Montrer que : $3 \leq a \leq 4$

On a : $7 \leq 2a + 1 \leq 9$

Alors : $7 - 1 \leq 2a + 1 - 1 \leq 9 - 1$

Donc : $6 \leq 2a \leq 8$

D'où : $\frac{6}{2} \leq \frac{2a}{2} \leq \frac{8}{2}$

Alors : $3 \leq a \leq 4$

2- Donner un encadrement de : $5a - 4$

On a trouvé dans la question précédente : $3 \leq a \leq 4$

Alors : $5 \times 3 \leq 5a \leq 5 \times 4$

Donc : $5 \times 3 - 4 \leq 5a - 4 \leq 5 \times 4 - 4$

D'où : $11 \leq 5a - 4 \leq 16$

Exercice 9 :

1- Montrer que : $2 \leq x \leq 3$

On a : $0 \leq 2x - 4 \leq 2$

Alors : $0 + 4 \leq 2x - 4 + 4 \leq 2 + 4$

C'est-à-dire : $4 \leq 2x \leq 6$

Donc : $\frac{4}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{6}{2}$

D'où : $2 \leq 2x \leq 3$

2- Si : $1 \leq \frac{x+4}{2} \leq 4$, encadrer : x

On a : $2 \times 1 \leq 2 \times \frac{x+4}{2} \leq 2 \times 4$

C'est-à-dire : $2 \leq x+4 \leq 8$

Alors : $2 - 4 \leq x+4 - 4 \leq 8 - 4$

D'où : $-2 \leq x \leq 4$

Exercice 10 : - les inéquations :

- On a : $x - 2 < 0$

$$x < 0 + 2$$

$$x < 2$$

Tous les nombres rationnels inférieurs strictement à 2 sont solutions de cette inéquation.

- On a : $2x > 5$

$$\frac{2x}{2} > \frac{5}{2}$$

$$x > 5$$

Tous les nombres rationnels supérieurs strictement à 5 sont solutions de cette inéquation.

- On a : $\frac{3}{2}x < 4$

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2}x \right) < 4 \times \frac{2}{3}$$

$$x < \frac{8}{3}$$

Tous les nombres rationnels inférieurs strictement à $\frac{8}{3}$ sont solutions de cette inéquation.

- On a : $7x - 1 > 0$

$$7x - 1 + 1 > 0 + 1$$

$$7x > 1$$

$$\frac{7x}{7} > \frac{1}{7}$$

$$x > \frac{1}{7}$$

Tous les nombres rationnels supérieurs strictement à $\frac{1}{7}$ sont solutions de cette inéquation.

- On a : $4a - 3 > 2a - 1$

$$4a - 2a > -1 + 3$$

$$2a > 2$$

$$\frac{2a}{2} > \frac{2}{2}$$

$$a > 1$$

Tous les nombres rationnels supérieurs strictement à 1 sont solutions de cette inéquation.

- On a : $3a + 4 \geq a + 9$

$$3a - a \geq 9 - 4$$

$$2a > 5$$

$$a > \frac{5}{2}$$

Tous les nombres rationnels supérieurs strictement à $\frac{5}{2}$ sont solutions de cette inéquation.

- On a : $7(x - 1) - 3 \geq 5(x - 2)$

$$7x - 7 - 3 \geq 5x - 10$$

$$7x - 5x \geq -10 + 7 + 3$$

$$2x \geq -3 + 3$$

$$2x \geq 0$$

$$x \geq \frac{0}{2}$$

$$x \geq 0$$

Tous les nombres rationnels supérieurs ou égaux à 0 sont solutions de cette inéquation.

- On a : $10(3x - 4) + 2(x - 3) \leq 0$

$$30x - 40 + 2x - 6 \leq 0$$

$$30x + 2x \leq 40 + 6$$

$$32x \leq 46$$

$$x \leq \frac{46}{32}$$

$$x \leq \frac{23}{16}$$

Tous les nombres rationnels inférieurs ou égaux à $\frac{23}{16}$ sont solutions de cette inéquation.

- On a : $4(a + 1) - 10 < 2(2a - 4) + 5$

$$4a + 4 - 10 < 4a - 8 + 5$$

$$4a - 4a < 10 - 8 + 5$$

$$0 < 7$$

$$0 < 7$$

Toujours possible

Alors tous les nombres rationnels sont solutions de cette inéquation.

- On a : $-3(2y-3)+4 \geq -4y-2(y+7)$
 $-6y+9+4 \geq -4y-2y-14$
 $-6y+13 \geq -6y-14$
 $-6y+6y \geq -14-13$
 $0 \cdot a \geq -27$
 $0 \geq -27$

Toujours possible

- On a : $\frac{x-2}{3} \leq 4$
 $\frac{(x-2)}{3} \leq \frac{4 \times 3}{1 \times 3}$
 $\frac{(x-2)}{3} \leq \frac{12}{3}$
 $(x-2) \leq 12$
 $x-2 \leq 12$
 $x \leq 12+2$
 $x \leq 14$

Tous les nombres rationnels inférieurs ou égaux à 14 sont solutions de cette inéquation.

- On a : $\frac{3x-4}{2} \leq \frac{x-1}{5}$
 $\frac{5(3x-4)}{2 \times 5} \leq \frac{2(x-1)}{2 \times 5}$
 $5(3x-4) \leq 2(x-1)$
 $15x-20 \leq 2x-2$
 $15x-2x \leq 20-2$
 $13x \leq 18$
 $x \leq \frac{18}{13}$

Tous les nombres rationnels inférieurs ou égaux à $\frac{18}{13}$ sont solutions de cette inéquation.

- On a : $\frac{x+1}{3} + \frac{x-2}{4} < \frac{x+9}{12}$
 $\frac{4(x+1)}{4 \times 3} + \frac{3(x-2)}{3 \times 4} < \frac{x+9}{12}$
 $4(x+1) + 3(x-2) < x+9$
 $4x+4+3x-6 < x+9$
 $7x-2 < x+9$
 $7x-x < 9+2$
 $6x < 11$

$$x < \frac{11}{6}$$

Tous les nombres rationnels inférieurs strictement à $\frac{11}{6}$

Sont solutions de cette inéquation.

- On a : $\frac{2a-1}{2} - \frac{3a-1}{3} \leq \frac{a-5}{4} - \frac{a}{6}$
 $\frac{12(2a-1)}{2 \times 12} - \frac{8(3a-1)}{8 \times 3} \leq \frac{6(a-5)}{4 \times 6} - \frac{4a}{4 \times 6}$
 $24a-12-24a+8 \leq 6a-30-4a$
 $24a-24a-6a+4a \leq 12-8-30$
 $-6a+4a \leq 4-30$
 $-2a \leq -26$
 $\frac{-2a}{-2} \geq \frac{-26}{-2}$
 $a \geq 13$

Ici, on a divisé par un nombre négatif alors on a changé le symbole.

Tous les nombres rationnels supérieurs ou égaux à 13 sont solutions de cette inéquation.

**Restez
chez-vous !**