مؤسسة علوم - الغالي	الامتحان التجريبي مقترح لنيل شهادة البكالوريا رقم 1 السنة الدراسية : 2018/2019	مادة : الرياضيات شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم و التكنولوجيات بمسالكها من انجاز الاستاذ : الغالي محمد

(يسمح استعمال الآلة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة) مدة الإنجاز (3 ساعات)

التمرين الأول : 4 نقط

نعتبرفي الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,0,-6)$ و $B(-5,0,0)$ و $C(0,4,-3)$ و $\Omega(-1,0,2)$ و $D(1,-1,4)$ والمستوى (P) الذي معادلته : $2x-y+2z-11=0$

1. أ) أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ و استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية (0.75 ن)
   ب) بين أن $2x-y+2z+10=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) (0.25 ن)
   ج) احسب مساحة المثلث ABC (0.25 ن)
2. تحقق أن النقطة Ω لا تنتمي للمستوى (P) (0.25 ن)
3. اعط تمثيلا بارا متريا للمستقيم (Δ) المار من A والعمودي على (P) (0.25 ن)
4. اعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω وتقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها D وشعاعها $\sqrt{7}$ (0.75 ن)
5. بين أن $d(\Omega;(ABC))=4$ واستنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في نقطة يتم تحديدها (1 ن)
6. اعط معادلة ديكارتية للمستوى (Q) الموازي قطعا للمستوى (P) والمماس للفلكة (S) (0.50 ن)

التمرين الثاني: 3 نقط

1. حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $\frac{1}{2}Z^2-Z+1=0$ (0.5 ن)

نعتبر, في المستوى العقدي (p) المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $a=1+i$ و $b=1-i$ و $c=2$

2. أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ ثم ستنتج طبيعة المثلث ABC (0.75 ن)
3. لتكن $M'(Z')$ صورة $M(Z)$ بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\theta=-\frac{\pi}{2}$
   أ) اعط التعبير العقدي للدوران R (0.5 ن)
   ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R (0.25 ن)
4. حدد مجموعة النقط $M(Z)$ في كل حالة
   أ) $\left|\frac{1}{2}\bar{Z}\right|=\left|1+i\sqrt{3}\right|$ (0.5 ن)
   ب) $\left|-Z+\bar{b}\right|=\left|Z-2+a\right|$ (0.5 ن)

متمنياتنا بالتوفيق لكل من جد في العمل

التمرين الثالث : 3 نقط

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N})\begin{cases} U_0 = 1 \\ \text{و} \\ U_{n+1} = \frac{1}{19}U_n - \frac{18}{19} \end{cases}$

1. بين ان $U_n > -1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ (0.5 ن)
2. أ) تحقق أن $U_{n+1} - U_n = -\frac{18}{19}(U_n + 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ (0.25 ن)
   ب) ادرس رتابة المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة (0.5 ن)
3. لتكن (V_n) المتتالية العددية بحيث : $V_n = U_n + 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$
   أ) بين ان (V_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{19}$ ثم اكتب V_n بدلالة n (0.75 ن)
   ب) بين أن $U_n = \frac{2}{19^n} - 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ ثم حدد نهاية المتتالية (U_n) (0.5 ن)
   ج) حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n التي تكون من أجلها $U_n \geq -0{,}99$ (0.5 ن)

المسألة : 10 نقط

الجزء الأول

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 - 2ln(x)$

1. أ – بين أن $g'(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{x}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ (0.5 ن)
   ب – بين أن الدالة g تزايدية على $[1, +\infty[$ وتناقصية على $]0,1]$ (0.5 ن)
2. احسب $g(1)$ ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (0.5 ن)

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{1-(ln(x))^2}{x}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ بحيث الوحدة $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$

1. بين أن $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا (0.5 ن)

2. أ – بين أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{(ln(x))^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (0.5 ن)

ب – احسب $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - x)$ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته $y = x$ (0.5 ن)

3. أ– حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$ (0.5 ن)

ب – استنتج نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) (0.5 ن)

4. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) (0.75 ن)

5. أ – بين أن $f'(x) = \frac{g(x)+(ln(x))^2}{x^2}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ ثم اول النتيجة $f'(1) = 0$ (1 ن)

ب – ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ (0.5 ن)

6. أ – بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e}[$ (0.5 ن)

7. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نقبل أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف افصول احداهما أكبر قطعا من e والاخرى في $(1; 2)$ نعطي $\frac{1}{e} \approx 0,36$ (1 ن)

8. بين أن $\int_1^e \frac{(ln(x))^2}{x} dx = \frac{1}{3}$ (0.25 ن)

9. احسب cm^2 مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$ (0.5 ن)

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_{n+1} = f(U_n)$ و $U_0 = 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $1 \le U_n \le e$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ (0.5 ن)

2) بين أن المتتالية (U_n) تزايدية يمكنك استعمال نتيجة السؤال 4- من الجزء الثاني (0.5 ن)

3) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها (0.5 ن)