إنجاز الاستاذ : محسن الشرفي	تمارين : الحساب المثلثي مستوى جذع مشترك علوم

القدرات المستهدفة

ــ إستعمال المحسبة العلمية لتحديد قيمة مقربة لزاوية محددة بأحد نسبها المثلثية و العكس.

ــ التمكن من النسب المثلثية للزوايا الإعتيادية و تطبيق مختلف العلاقات .

تمرين رقم 1 :

1 ــ حدد الأفصول الرئيسي للنقطة M بحيث $M\left(\dfrac{2007\pi}{4}\right)$.

الحل :

الطريقة 1 :

نقسم العدد 2007 على 4 نجد 501.75 نأخذ أقرب عدد صحيح للعدد 501.75 الذي هو 502 .

$$\frac{2007\pi}{4}-502\pi=\frac{2007\pi}{4}-\frac{2008\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$$

نحصل على : $\dfrac{2007\pi}{4}=-\dfrac{\pi}{4}-502\pi$ إذن الأفصول الرئيسي للعدد $\dfrac{2007\pi}{4}$ هو $-\dfrac{\pi}{4}$.

الطريقة 2 :

نضع الأفصول الرئيسي على الشكل $\alpha=\dfrac{2007\pi}{4}+2k\pi$

نبحث عن قيمة k بحيث : $-\pi<\dfrac{2007\pi}{4}+2k\pi\leq\pi$

نحصل على : $-1<\dfrac{2007}{4}+2k\leq 1$ الاختزال ب π

ومنه : $-1-\dfrac{2007}{4}<2k\leq 1-\dfrac{2007}{4}$ وبالتالي $-\dfrac{2011}{4}<2k\leq-\dfrac{2003}{4}$

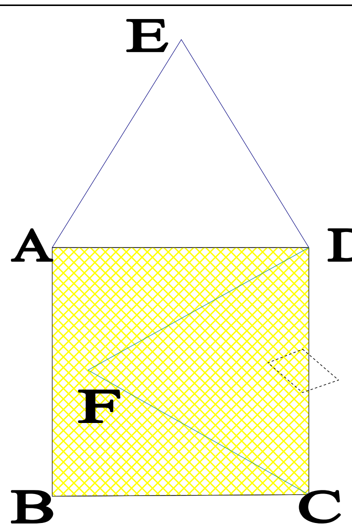
$-\dfrac{2011}{8}<k\leq-\dfrac{2003}{8}$ القسمة على 2

إذن : $-251,375<k\leq-250,375$

بما أن $k\in\mathbb{Z}$ فإن $k=-251$ نعوض

$$\alpha=\frac{2007\pi}{4}+2k\pi=\frac{2007\pi}{4}+2\times(-251)\times\pi=\frac{2007\pi}{4}-502\pi=\frac{2007\pi}{4}-\frac{2008\pi}{4}=\frac{-\pi}{4}$$

تمرين رقم 2 :



ليكن $ABCD$ مربع و ADE مثلث متساوي الأضلاع خارج المربع .
و DCF مثلث متساوي الأضلاع داخل المربع .

1 ــ حدد القياسات التالية : $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DF})$ و $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC})$ و $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF})$ و $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE})$.

2 ــ حدد القياسات التالية : $(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF})$ و $(\overrightarrow{FD},\overrightarrow{FE})$ و $(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC})$

3 ــ استنتج استقامية النقط B و E و F .

الحل :

1 ــ لدينا المثلث DCF مثلث متساوي الأضلاع و الزاوية $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DF})$ موجهة توجيها سالبا .

إذن : $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DF})\equiv\dfrac{-\pi}{3}[2\pi]$

ــ لدينا $ABCD$ مربع و الزاوية $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC})$ موجهة توجيها موجبا .

إذن $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC})\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

ــ حسب علاقة شال : $(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF})\equiv(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC})+(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DF})[2\pi]$

إذن $\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF}\right)\equiv\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}[2\pi]$ و منه $\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

- حسب علاقة شال $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)[2\pi]$

إذن $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}[2\pi]$ و منه $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

2 – حسب علاقة شال : $\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}\right)\equiv\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DA}\right)+\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF}\right)[2\pi]$

إذن $\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}\right)\equiv\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}[2\pi]$ و منه $\left(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

- لدينا المثلث EFD قائم الزاوية و متساوي الساقين في النقطة D .

و الزاوية $\left(\overrightarrow{FD},\overrightarrow{FE}\right)$ موجهة توجيها موجبا إذن $\left(\overrightarrow{FD},\overrightarrow{FE}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$.

- لنحسب القياس $\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CB}\right)$: لدينا $\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CD}\right)+\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

$$\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{-\pi}{3}+\frac{\pi}{2}[2\pi]$$

$$\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$$

لنحسب القياس $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC}\right)$: لدينا $2\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC}\right)\equiv\pi-\frac{\pi}{6}[2\pi]$

$2\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC}\right)\equiv\frac{5\pi}{6}[2\pi]$ و منه $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC}\right)\equiv\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

3 – لدينا : $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FC}\right)+\left(\overrightarrow{FC},\overrightarrow{FD}\right)+\left(\overrightarrow{FD},\overrightarrow{FE}\right)\equiv\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}[2\pi]$

إذن : $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FE}\right)\equiv\frac{5\pi}{12}+\frac{4\pi}{12}+\frac{3\pi}{12}[2\pi]$ و منه $\left(\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FE}\right)\equiv\pi[2\pi]$ و بالتالي النقط B و E و F مستقيمية .

تمرين رقم 3 :

1 – لنبسط $\sin(\pi+x)-\cos(\pi-x)-\sin(\frac{\pi}{2}-x)-\cos(\frac{\pi}{2}+x)$

$$\begin{aligned}&\sin(\pi+x)-\cos(\pi-x)-\sin(\frac{\pi}{2}-x)-\cos(\frac{\pi}{2}+x)\\&=-\sin(x)+\cos(x)-\cos(x)+\sin(x)\\&=-\sin(x)+\sin(x)+\cos(x)-\cos(x)=0\end{aligned}$$

2 – لنبسط $\sin(6\pi+x)-\cos(3\pi-x)+\sin(-\frac{\pi}{2}-x)-\cos(\frac{3\pi}{2}+x)$

$$\begin{aligned}&\sin(6\pi+x)-\cos(3\pi-x)+\sin(-\frac{\pi}{2}-x)-\cos(\frac{3\pi}{2}+x)\\&=\sin(x)-\cos(2\pi+\pi-x)-\sin(\frac{\pi}{2}+x)-\cos(2\pi-\frac{\pi}{2}+x)\\&=\sin(x)-\cos(\pi-x)-\sin(\frac{\pi}{2}+x)-\cos(\frac{\pi}{2}-x)\\&=\sin(x)+\cos(x)-\cos(x)-\sin(x)\\&=0\end{aligned}$$

3 – لنبسط $\sin(x-7\pi)-\cos(\frac{5\pi}{2}+x)+\sin(x+11\pi)+\cos(\frac{-3\pi}{2}-x)$

$$\sin(x-7\pi)-\cos(\frac{5\pi}{2}+x)+\sin(x+11\pi)+\cos(\frac{-3\pi}{2}-x)$$

$$= \sin\left(x-\pi-6\pi\right) - \cos(2\pi+\frac{\pi}{2}+x) + \sin(x+\pi+10\pi) + \cos(-2\pi+\frac{\pi}{2}-x)$$

$$= \sin\left(x-\pi\right) - \cos(\frac{\pi}{2}+x) + \sin(x+\pi) + \cos(\frac{\pi}{2}-x)$$

$$= -\sin\left(\pi-x\right) + \sin(x) - \sin(x) + \sin(x)$$

$$= -\sin\left(x\right) + \sin(x) - \sin(x) + \sin(x)$$

$$= 0$$

4 ـ لنبسط $\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$= \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\pi-\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

$$= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right)$$

$$= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

$$= 2\left(\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

$$= 2\times 1 = 2$$

تمرين رقم 4 :

لنحسب النسب التالية $\cos(\frac{25\pi}{4})$ و $\sin(\frac{-23\pi}{3})$ و $\sin(\frac{-35\pi}{6})$ و $\tan(\frac{10\pi}{6})$

$\tan(\frac{10\pi}{6})$	$\sin(\frac{-35\pi}{6})$	$\sin(\frac{-23\pi}{3})$	$\cos(\frac{25\pi}{4})$
$=\tan(\frac{12\pi-2\pi}{6})$	$=\sin(\frac{-36\pi+\pi}{6})$	$=\sin(\frac{-24\pi+\pi}{3})$	$=\cos(\frac{24\pi+\pi}{4})$
$=\tan(2\pi-\frac{2\pi}{6})$	$=\sin(-6\pi+\frac{\pi}{6})$	$=\sin(-8\pi+\frac{\pi}{3})$	$=\cos(6\pi+\frac{\pi}{4})$
$=\tan(-\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}$	$=\sin(-\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{2}$	$=\sin(\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$=\cos(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$