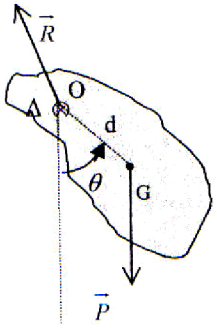
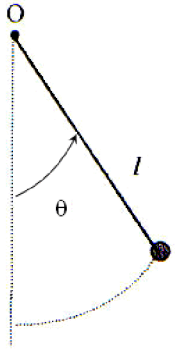
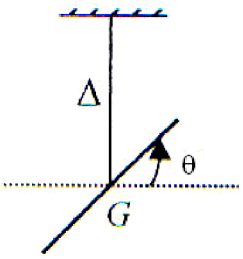
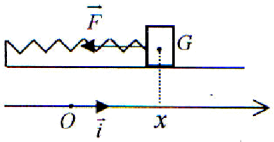
14 المجموعات الميكانيكية المتذبذبة

I. أمثلة لمجموعات ميكانيكية متذبذبة

تعريف

المتذبذب الميكانيكي جسم (أو مجموعة) يمكنه (ها) إنجاز حركة ذهاب و إياب حول موضع توازنه (ها) المستقر عندما نزيحه (ها) أو نديره (ها) عن هذا الموضع ثم نحرره (ها).

- أمثلة

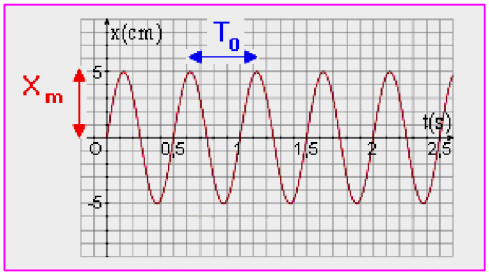
النواس الوازن	النواس البسيط	نواس اللي	النواس المرن
			
جسم صلب قابل للدوران حول محور أفقي لا يمر بمركز قصوره.	يتكون من جسم نقطي يتأرجح على مسافة ثابتة من نقطة ثابتة.	يتكون من سلك فولاذي رأسي أحد طرفيه مثبت و الآخر يرتبط بجسم صلب بحيث محور السلك رأسي و يمر من مركز قصوره.	يتكون من نابض أحد طرفيه مثبت بينما طرفه الآخر يرتبط بجسم صلب.

II. مميزات حركة تذبذبية

1- الوسع

تعريف

وسع حركة تذبذبية يساوي القيمة القصوى للأفصول الخطي X_m أو الزاوي θ_m الذي يمعلم موضع مركز القصور للمجموعة .



2- الدور الخاص

تعريف

الدور الخاص لحركة تذبذبية يساوي مدة ذبذبة واحدة و رمزه T_0 و وحدته الثانية s.

3- التردد الخاص

تعريف

التردد الخاص لحركة تذبذبية يساوي عدد الذبذبات في الثانية و تعبيره $N_0 = \frac{1}{T_0}$ و وحدته الهرتز Hz.

الذبذبة هي حركة ذهاب و إياب حول موضع التوازن المستقر.

III. خمود التذبذبات

1- تعريف

-2

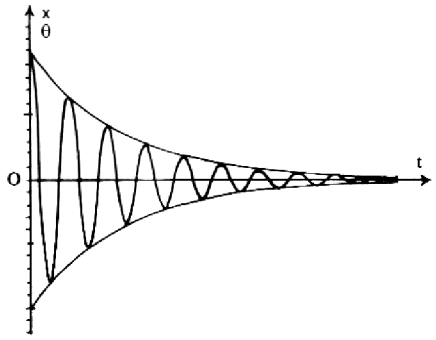
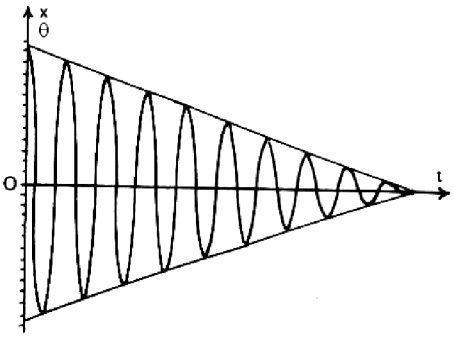
تعريف

تسبب قوى الاحتكاك تناقصا تدريجيا في وسع التذبذبات فنقول أن التذبذبات مخمدة.

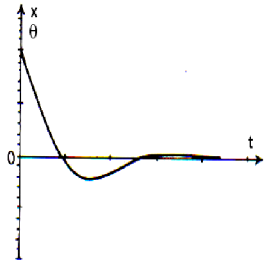
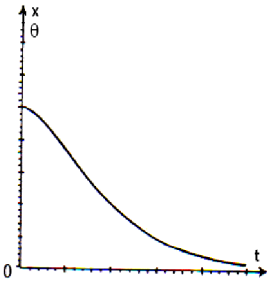
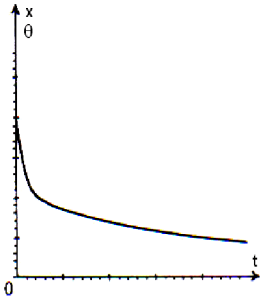
2- صنفا الخمود

تعريف

نميز بين نوعين من الخمود:
- الخمود باحتكاكات مائعة حيث يحتك المتذبذب بجسم مائع (سائل أو غاز)
- الخمود باحتكاكات صلبة حيث يحتك المتذبذب بجسم صلب.

الخمود بالاحتكاكات المائعة	الخمود بالاحتكاكات الصلبة
	
▪ يتناقص وسع التذبذبات أسيا. ▪ شبه الدور أكبر من الدور الخاص: $T > T_0$	▪ يتناقص وسع التذبذبات خطيا. ▪ شبه الدور يساوي الدور الخاص: $T = T_0$

في حالة خمود مائع حاد نميز ثلاثة أنظمة:

خمود تحت الحرج	خمود حرج	خمود فوق الحرج
		
ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة ثم يتوقف.	يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر بدون تذبذب	يستغرق المتذبذب وقتا طويلا للعودة إلى موضع توازنه المستقر بدون تذبذب

IV. دراسة تحريكية لمتذبذبات ميكانيكية

1- المعادلة التفاضلية

لإثبات المعادلة التفاضلية المميزة لمتذبذب نتبع الخطوات التالية:

- جرد القوى و مزدوجات القوى الخارجية المطبقة على المجموعة المتذبذبة،
- تطبق العلاقة الأساسية للديناميك على المجموعة المتذبذبة:

- القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ (1)
- أو العلاقة الأساسية لديناميك الدوران في حالة تذبذبات دورانية:

$$\sum M_{\Delta} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad (2)$$

- في حالة تطبيق العلاقة (1) يجب إسقاطها في معلم للفضاء لاستنتاج المعادلة التفاضلية.و في حالة العلاقة (2) يجب اختيار منحى موجب باعتبار العزم مقدارا جبريا.

2- خاصيات متذبذبات

	النواس المرن	نواس اللي	النواس الوازن (حالة وسع ضعيف)	النواس البسيط (حالة وسع ضعيف)
الاستطالة	أفصول خطي x	أفصول زاوي θ	أفصول زاوي θ	أفصول زاوي θ
معامل القصور للمجموعة	الكتلة m	عزم القصور J_{Δ}	عزم القصور J_{Δ}	عزم القصور J_{Δ} $J_{\Delta} = m\ell^2$
تأثير الارتداد	القوة المرنة: $F_x = -k.x$	مزدوجة اللي. عزمها: $M_T = -C.\theta$	وزن النواس. عزمه: $M_T = -m.g.d.\theta$	وزن النواس. عزمه: $M_T = -m.g.\ell.\theta$
المعادلة التفاضلية المميزة	$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}}\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_{\Delta}}\theta = 0$	$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$
النبض الخاص	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J_{\Delta}}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J_{\Delta}}}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
الدور الخاص $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{C}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_{\Delta}}{mgd}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
المعادلة الزمنية	$x(t) = X_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$	$\theta(t) = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

V. ظاهرة الرنين الميكانيكي

1- تعريف

تعريف

الرنان متذبذب ميكانيكي تم إقرانه بجهاز يمنحه الطاقة دوريا يسمى المثير. في هذه الحالة تنعت التذبذبات بالقسرية.

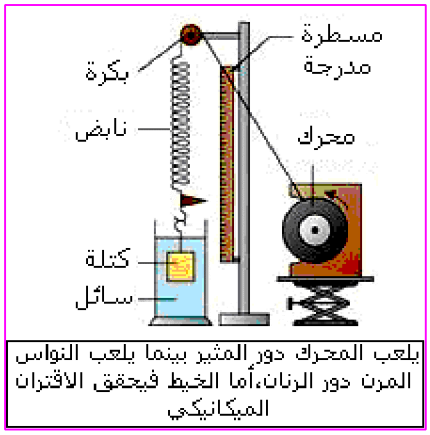
2- الرنين الميكانيكي

3-

تعريف

- يتعلق وسع تذبذبات الرنان بالدور الذي يفرضه المثير و يصل قيمته القصوى عند الرنين(مبيان 1).
- عند الرنين يقارب دور التذبذبات الدور الخاص:

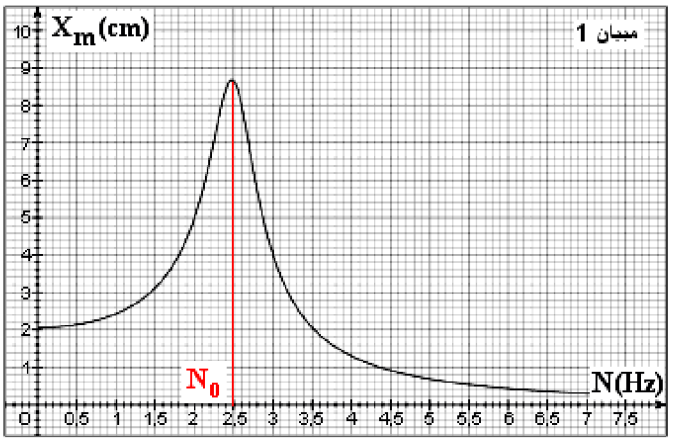
$$T \approx T_0$$

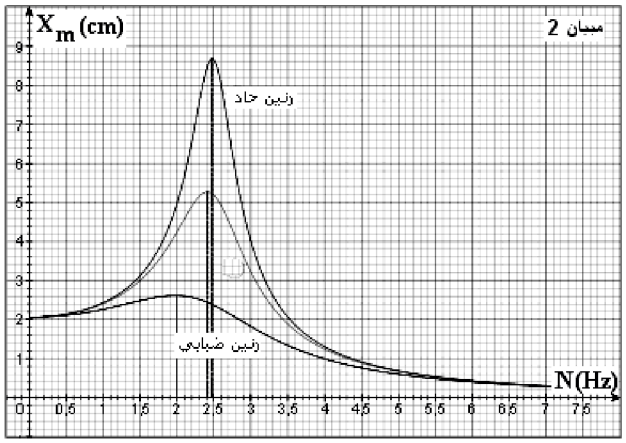


يلعب المحرك دور المثير بينما يلعب النواس المرن دور الرنان،أما الخيط فيحقق الاقتران الميكانيكي

3- تأثير الخمود (مبيان 2)

- في حالة خمود ضعيف يكون الرنين حادا: وسع التذبذبات عند الرنين مرتفع.
- بارتفاع شدة الخمود تنخفض حدة الرنين الذي يصبح ضبابيا (غير بارز).





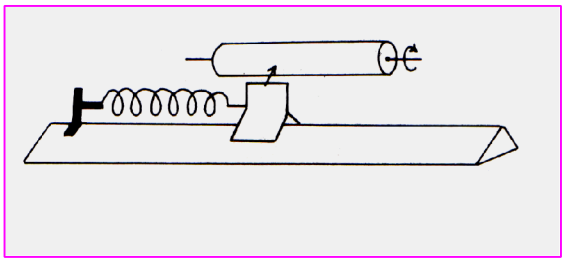
تمارين

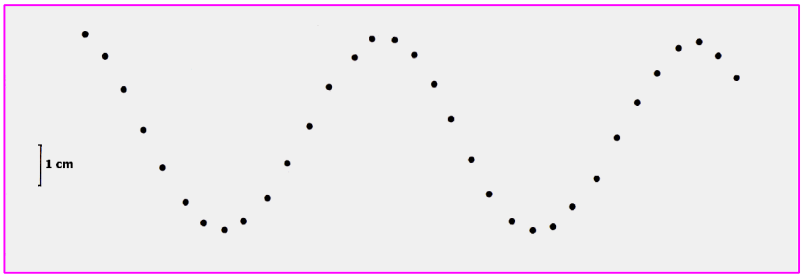
تمرين1 تسجيل تذبذبات نواس مرن

يمثل الشكل التالي تركيبا تجريبيا لتسجيل تذبذبات خيال، كتلته m = 200 g ، و مرتبط بنابض كتلته مهملة و صلابته k .يزاح الخيال عن موضع توازنه في اتجاه النضد الهوائي ، ثم تسجل مواضع مركز قصوره على أسطوانة محورها موازي لاتجاه النضد و تدور بسرعة ثابتة حول محورها.المواضع سجلت خلال مدد متتالية و متساوية و قيمتها τ = 60 ms. فيحصل على التسجيل التالي.

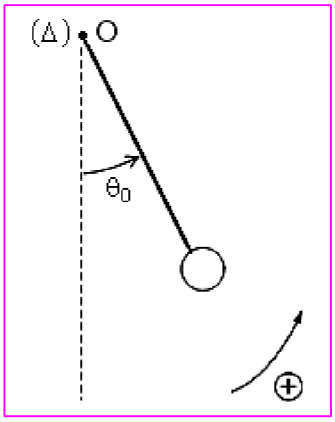
-1 باستغلال التسجيل حدد:وسع التذبذبات،دورها الخاص و ترددها الخاص.

-2 أثبت التعبير النظري للدور الخاص بدلالة m و k ثم استنتج قيمة k صلابة النابض.





تمرين2 المعادلة التفاضلية لنواس وازن



يتكون نواس وازن من ساق متجانسة كتلتها m = 100 g، قابلة للدوران حول محور أفقي(Δ) مار من طرفها O ،و كرة متجانسة شعاعها r = 2,5 cm ملتحمة بالطرف الآخر للساق، و لها نفس الكتلة.طول الساق يحقق العلاقة ℓ = 10 r .

المجموعة قابلة للدوران بدون احتكاك، و عزم قصورها هو $J_{\Delta} = 1{,}0.10^{-2}\ kg.m^2$.

تدار المجموعة عن موضع توازنها المستقر بزاوية $\theta_0 = 10°$، ثم تحرر بدون سرعة بدئية في اللحظة $t_0 = 0$.

♦ معطى: $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

-1 بتطبيق العلاقة المرجحية التي يحققها مركز القصور G للمجموعة:

$M\cdot\overrightarrow{OG}=\Sigma(m_i\cdot\overrightarrow{OG}_i)$ بين أن طول النواس الوازن المكافئ للمجموعة يحقق العلاقة:

d = OG = 8r

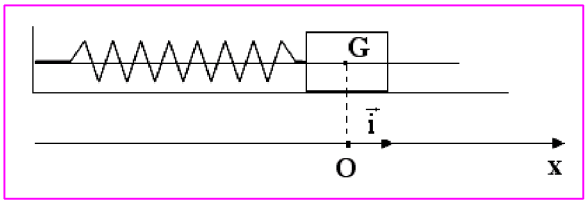
-2 بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك الدوران على المجموعة أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ.

-3 أحسب قيمة الدور الخاص لتذبذبات المجموعة.

-4 أكتب عدديا المعادلة الزمنية θ = f(t) لحركة المجموعة.

تمرين3 نمذجة مسجل الهزات الأرضية(عن باك2008)

تحدث الزلازل اهتزازات أرضية تنتشر في جميع الاتجاهات يمكن تسجيلها بواسطة جهاز مسجل للهزات الأرضية.يؤدي هذا الجهاز وظيفته وفق مبدأ المتذبذب (جسم صلب+نابض)، الذي يكون أفقيا أو رأسيا.



فيما يلي نهتم بدراسة النواس المرن الأفقي.يتكون من جسم صلب كتلته m = 92 g و نابض صلابته k .

ندرس الحركة في مرجع أرضي نقرنه بالمعلم $(O,\vec{i})$.عند التوازن يكون أفصول G، مركز قصور الجسم، منعدما.

نزيح الجسم أفقيا عن موضع توازنه في المنحى الموجب بالمسافة $X_m = 4\ cm$ ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة t = 0 .

-1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز قصور الجسم. و استنتج طبيعة الحركة.

-2 أحسب صلابة النابض علما أن الدور الخاص للمجموعة المتذبذبة يساوي $T_0 = 0{,}6\ s$.

-3 أكتب المعادلة الزمنية x(t) للحركة.

-4 حدد منحى و شدة قوة الارتداد المطبقة من طرف النابض على الجسم في اللحظة t = 0,3 s .