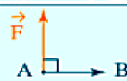
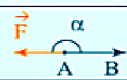
15 الدراسة الطاقية للمجموعات الميكانيكية

I. الشغل وسيلة لانتقال الطاقة

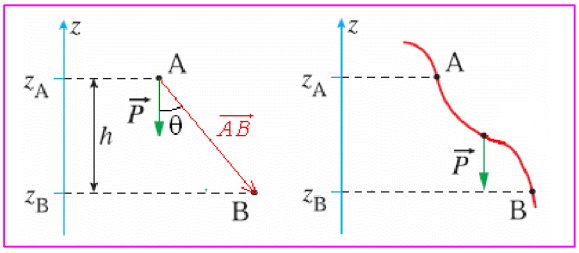
1- شغل قوة ثابتة

* تذكير:

حالة الإزاحة	حالة الدوران
$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$	$W_{AB}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})\cdot\Delta\theta$
$\overrightarrow{AB}$ متجهة الانتقال. ▪ تعبير 1: $W_{AB}(\vec{F}) = F\cdot AB\cdot\cos\theta$ مع: $\theta = (\vec{F},\overrightarrow{AB})$ ▪ تعبير 2: في معلم ديكارتي (O,x,y,z) : $W_{AB}(\vec{F}) = F_x\cdot(x_B - x_A) + F_y\cdot(y_B - y_A) + F_z\cdot(z_B - z_A)$	$\Delta\theta$ تغير الأفصول الزاوي(زاوية الدوران)، $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})$ عزم القوة $\vec{F}$.

$W_{AB}(\vec{F}) = F\times AB$ شغل محرك	$\cos 0 = 1$		$\alpha = 0$
$0 < W_{AB}(\vec{F}) < F\times AB$ شغل محرك	$0 < \cos\alpha < 1$		$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
$W_{AB}(\vec{F}) = 0$ شغل منعدم	$\cos\frac{\pi}{2} = 0$		$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $(\alpha = 90°)$
$-F\times AB < W_{AB}(\vec{F}) < 0$ شغل مقاوم	$-1 < \cos\alpha < 0$		$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
$W_{AB}(\vec{F}) = -F\times AB$ شغل مقاوم	$\cos\pi = -1$		$\alpha = \pi$ $(\alpha = 180°)$

*مثال: شغل وزن جسم



$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\overrightarrow{AB} = P\cdot AB\cdot\cos\theta$

وبما أن: $\cos\theta = \frac{h}{AB} = \frac{z_A - z_B}{AB}$

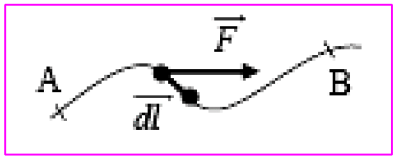
فإن: $W_{AB}(\vec{P}) = mg\cdot(z_A - z_B)$

وحدة الشغل هي الجول(J)

2- شغل قوة غير ثابتة

*تعريف:

- الشغل الجزئي: في حالة الإزاحة: $\delta W = \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$ و في حالة الدوران: $\delta W = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F})\cdot\delta\theta$

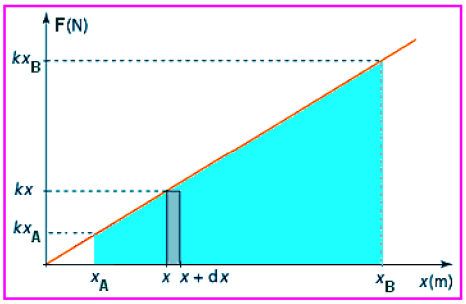


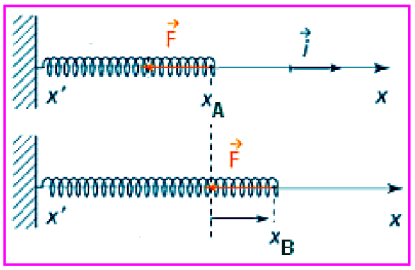
- الشغل الكلي: يساوي مجموع الأشغال الجزئية:

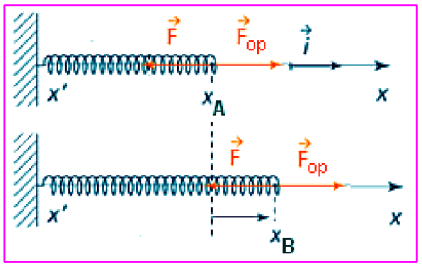
في حالة الإزاحة: $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{d\ell}$ و في حالة الدوران: $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \delta\theta$

*مثالان: شغل القوة المرنة و شغل مزدوجة اللي

	تعبير الشغل الجزئي	تعبير الشغل الكلي
القوة المرنة $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$	$dW = -k\,x\,dx$ مقابل مساحة المستطيل	$W_{AB}(\vec{F}) = -\frac{1}{2}k\,(x_B^2 - x_A^2)$ مقابل مساحة شبه المنحرف
مزدوجة اللي عزمها: $\mathcal{M}_T = -C\,\theta$	$dW = -C\,\theta\,d\theta$	$W_{AB} = -\frac{1}{2}C\,(\theta_B^2 - \theta_A^2)$







ملحوظة هامة:

القوة المرنة أو قوة الارتداد هي القوة التي يطبقها النابض على الجسم المرتبط به عند استطالته أو انضغاطه.

في حالة اعتبار القوة $\vec{F}_{op}$ المطبقة على النابض فإن شغلها هو:

$$W_{AB}(\vec{F}_{op}) = \frac{1}{2}k\,(x_B^2 - x_A^2)$$

لأن حسب القانون الثالث لنيوتن (مبدأ التأثيرات المتبادلة): $\vec{F}_{op} = -\vec{F}$

II. الطاقة الحركية

1- تعبير الطاقة الحركية

حالة الإزاحة	حالة الدوران
$E_c = \frac{1}{2}mv^2$	$E_c = \frac{1}{2}J_{\Delta}\dot{\theta}^2$

2- مبرهنة الطاقة الحركية

نص المبرهنة

في معلم غاليلي تغير الطاقة الحركية لجسم صلب في إزاحة أو في دوران يساوي المجموع الجبري لأشغال القوى الخارجية المطبقة عليه: $\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1} = \sum W_{Fext}$ $(1 \to 2)$

III. طاقة الوضع

1- تعريف عام

تعريف

طاقة الوضع لمجموعة هي الطاقة التي تتوفر عليها بفعل تأثيراتها البينية مع جسم خارجي. و هي طاقة كامنة يمكنها أن تتحول إلى شكل من أشكال الطاقة عن طريق الشغل أو الانتقال الحراري أو الإشعاع.

2- أمثلة لطاقة الوضع

طاقة الوضع الثقالية	طاقة الوضع المرنة	طاقة الوضع للي
$E_{pp} = mgz + cte$	$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 + Cte$	$E_{pt} = \frac{1}{2}C\theta^2 + Cte$
z أنسوب مركز القصور للجسم.	x أفصول الجسم المرتبط بالنابض	θ الأفصول الزاوي للجسم المرتبط بسلك اللي.

ملحوظة

Cte ثابتة تتعلق باختيار الحالة المرجعية حيث نعتبر طاقة الوضع منعدمة.
في حالة اختيار الموضع $z = 0$ أو $x = 0$ أو $\theta = 0$ مرجعا لطاقة الوضع فإن: $Cte = 0$

3- تغير طاقة الوضع

- تغير طاقة الوضع الثقالية يساوي مقابل شغل وزن الجسم
- تغير طاقة الوضع المرنة يساوي مقابل شغل القوة المرنة
- تغير طاقة الوضع للي يساوي مقابل شغل مزدوجة اللي

$$\Delta E_{pp} = -W(\vec{P})$$
$$\Delta E_{pe} = -W(\vec{F})$$
$$\Delta E_{pt} = -W_T$$

IV. الطاقة الميكانيكية

1- تعريف

تعريف

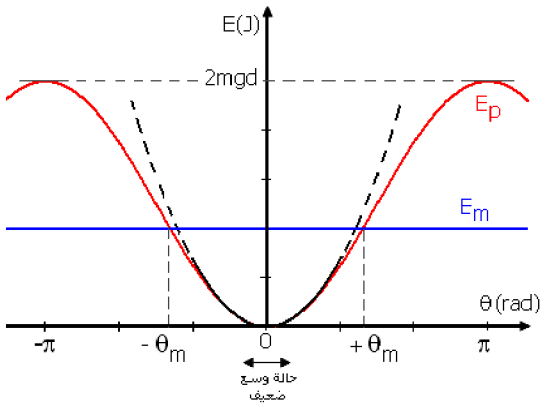
الطاقة الميكانيكية لمجموعة تساوي مجموع طاقتها الحركية و طاقتها للوضع :

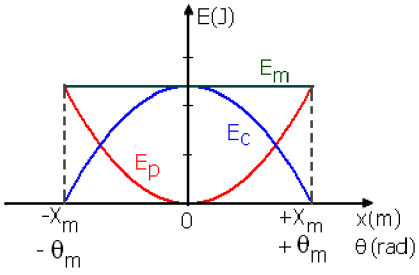
$$E_m = E_c + E_p$$

2- الطاقة الميكانيكية لمجموعات متذبذبة

	النواس المرن الأفقي	نواس اللي	النواس الوازن	
			الحالة العامة	حالة وسع ضعيف
تعبير الطاقة الميكانيكية	$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$	$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C\theta^2$	$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + mgd(1-\cos\theta)$	$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mgd\theta^2$
	و في حالة احتكاكات مهملة:	و في حالة احتكاكات مهملة:	و في حالة احتكاكات مهملة:	و في حالة احتكاكات مهملة:
	$E_m = \frac{1}{2}kX_m^2 = Cte$	$E_m = \frac{1}{2}C\theta_m^2 = Cte$	$E_m = Cte$	$E_m = \frac{1}{2}mgd\theta_m^2 = Cte$

مخططات الطاقة

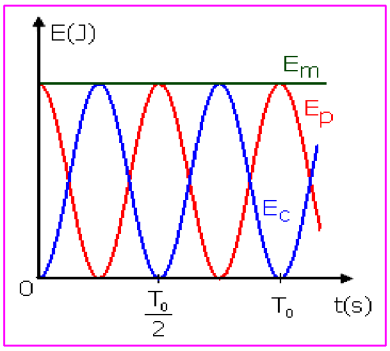


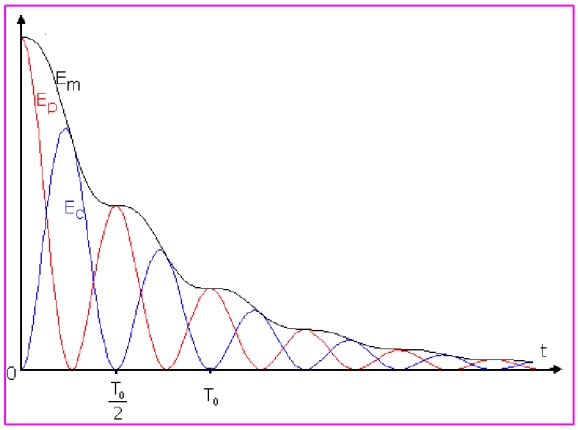


3- انحفاظ أو عدم انحفاظ الطاقة الميكانيكية

تعريف

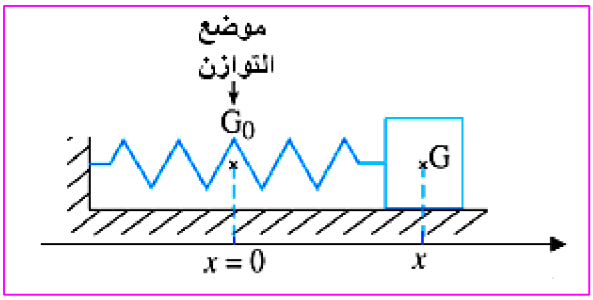
- في حالة احتكاكات مهملة (خمود مهمل) تنحفظ الطاقة الميكانيكية، نقول أن المجموعة محافظية: $\Delta E_m = 0$ (مبيان1)
- في حالة خمود غير مهمل تتناقص الطاقة الميكانيكية و تتحول تدريجيا إلى طاقة حرارية بفعل شغل قوى الاحتكاك: $\Delta Em = W_f < 0$ (مبيان2)





تمارين

تمرين1 الطاقة الميكانيكية للمجموعة (نابض+جسم صلب)



تتذبذب المجموعة (نابض+جسم)، الممثلة في الشكل التالي، بدون احتكاك. نزيح الجسم المرتبط بالنابض بمسافة 3 cm في المنحى السالب ثم نطلقه بسرعة بدئية تساوي $0,50\ m.s^{-1}$ في المنحى الموجب.

♦معطيات: كتلة الجسم $m = 150\ g$
صلابة النابض $k = 18,0\ N.m^{-1}$

1- عبر عن الطاقة الميكانيكية للمجموعة (نابض+جسم) بدلالة m و k و X و v سرعة الجسم.نعتبر موضع التوازن حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة.

2- أحسب الطاقة الميكانيكية البدئية للمجموعة.

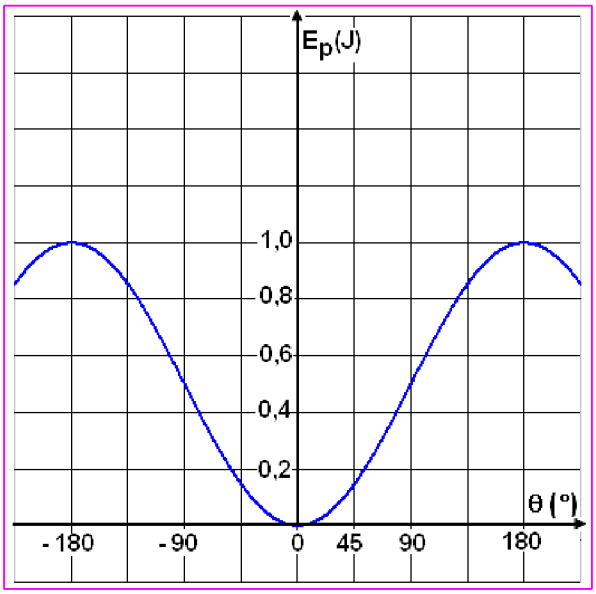
3- ماذا يمكن أن نقول عن هذه الطاقة؟ استنتج وسع التذبذبات و السرعة القصوى للجسم.

4- حدد الموضعين حيث تتحقق المتساوية $E_c = E_p$.

5- أ- انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية أثبت المعادلة التفاضلية المميزة لحركة الجسم.

ب- المعادلة الزمنية لحركة الجسم هي على الشكل التالي $x(t) = X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ ، حدد T_0 و φ .

تمرين2 تذبذبات أم دوران؟



يتكون نواس بسيط من ساق فلزية، كتلتها مهملة، و كرة كتلتها m .

المبيان التالي يمثل تغيرات طاقة الوضع الثقالية E_p لهذا النواس بدلالة أفصوله الزاوي θ .

نعتبر المجموعة (النواس+ الأرض) معزولة و محافظة.

1- نمنح النواس طاقة ميكانيكية تساوي $E_m = 0,30\ J$.

أ- مثل على المبيان المخطط $E_m = f(\theta)$.

ب- حدد بالنسبة للموضع الذي أفصوله $\theta_1 = 45°$ ، طاقة الوضع و الطاقة الحركية.

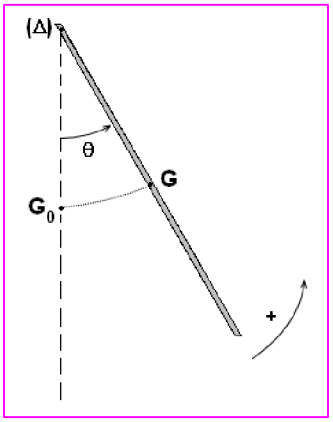
ج- حدد مبيانيا قيمة الأفصول الزاوي للموضع حيث تنعدم السرعة الزاوية للنواس.صف حركة النواس بعد ذلك.

2- نمنح النواس طاقة ميكانيكية تساوي $E_m = 1,5\ J$.

أ- هل حركة النواس تذبذبية دائما؟ صف حركته.

ب- حدد القيمتين القصوى و الدنيا لطاقته الحركية.

تمرين3 طاقة نواس وازن



يتكون نواس وازن من ساق متجانسة كتلتها $m = 1\ kg$ و طولها $\ell = 60\ cm$ ، قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور أفقي ثابت (Δ) يمر من أحد طرفيها.

نرسل الساق من موضع توازنها المستقر، في المنحى الموجب، بمنحها طاقة حركية بدئية تساوي $E_{c0} = 1\ J$.

نعتبر المستوى الأفقي المار من G_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية.

♦معطيات: $g = 10\ m.s^{-2}$ / $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$

1- أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة (نواس وازن+ الأرض) بدلالة m و g و ℓ و θ.

2- بين أن حركة الساق تذبذبية و حدد وسعها.

3- ما هي الطاقة الحركية الدنيا اللازم منحها للساق لكي لا تحصل تذبذبات؟