(يسمح استعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة) مدة الإنجاز (ساعتان)

التنقيط	التمرين الأول : (12 ن)

الجزء الأول

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $h(x) = xe^x + 1$

0.5 1. أحسب $\lim_{x\to-\infty} h(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} h(x)$

0.5 2. بين أن $h'(x) = (x+1)e^x$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 3. بين أن h تناقصية على المجال $]-\infty,-1]$ وتزايدية على المجال $[-1,+\infty[$

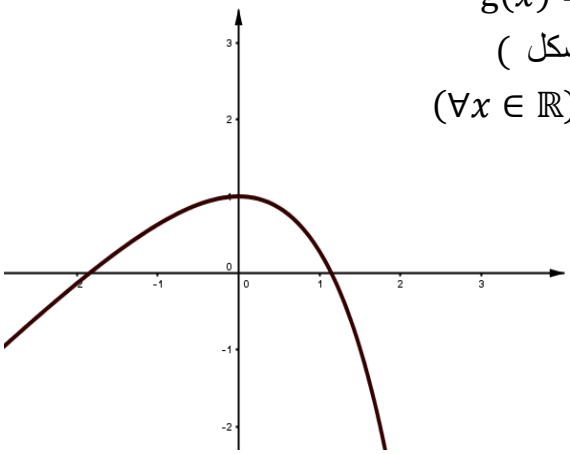
0.5 4. اعط جدول تغيرات الدالة h على المجال $\mathbb{R}$

0.5 5. استنتج أن $h(x) > 0$ لكل x من المجال $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $h(-1) > 0$)

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = x - e^x + 2$

وليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة f في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$ (أنظر الشكل)



0.5 1. حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية $(\forall x \in \mathbb{R})\ g(x) = 0$

2. نعطي جدول القيم التالي :

x	$-1,9$	$-1,8$	0	$1,1$	$1,2$
$g(x)$	$-0,05$	$0,03$	1	$0,1$	$-0,12$

1 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين α و β حيث

$1,1 < \alpha < 1,2$ و $-1,9 < \beta < -1,8$

0.5 3. حدد انطلاقا من (C_g) إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$

الجزء الثالث

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$

1 احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما

1 1. بين أن $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(h(x))^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$

1 2. ادرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

0.5 3. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند أصل المعلم

1 4. أ – بين أن $f(x) - x = \frac{(x+1)}{xe^x+1}u(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ حيث $u(x) = e^x - xe^x - 1$

0.5 ب – بين أن $u'(x) = -xe^x$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.5 ج – اعط جدول تغيرات الدالة u على المجال $\mathbb{R}$

0.5 د – استنتج أن $u(x) \leq 0$ لكل x من المجال $\mathbb{R}$

0.5 ح – استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$

1 6. أنشئ (D) و المماس (T) والمنحنى (C_f) في المعلم متعامد وممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$